

Fiche 2 : Je découvre les équations

Problème : On a vu dans le chapitre précédent comment montrer que deux expressions étaient égales.

Mais dans la majorité des cas, deux expressions littérales ne sont pas égales tout le temps (c'est à dire pour toutes les valeurs numériques possibles de la lettre). On peut alors chercher s'il y a certaines valeurs numériques de la lettre pour lesquelles les deux expressions donnent le même résultat.

On dit alors que l'on résout une équation.

Par exemple : Pour quelles valeurs de x a-t-on $4 \times x + 1 = 21$?

On peut dire que cela fonctionne pour $x=5$ car $4 \times 5 + 1 = 21$



On dit que 5 est une solution de l'équation $4 \times x + 1 = 21$.

Cela vous semble difficile ???? Mais non, ce n'est pas parce qu'il y a des lettres que c'est compliqué !

Regardez : Si je vous demande combien vaut \diamond pour que : $2 + \diamond = 8$?

Si je vous demande combien vaut  pour que $7 = 13 -$  ?

Si je vous demande combien vaut  pour que $2 \times$  = 8 ?

Normalement vous avez dû trouver : $\diamond = 6$;  = 6 et  = 4.

Et bien cela fonctionne pareil avec les lettres :

Si je vous demande combien vaut x pour que $2 + x = 8$ et bien on aura $x = 6$.

Si je vous demande combien vaut y pour que $7 = 13 - y$, on aura $y = 6$.

Si je vous demande combien vaut z pour que $2 \times z = 8$, on aura $z = 4$.

Dans ces cas là, on peut trouver de tête les valeurs numériques qui font que l'égalité est vraie.

Le problème est que dans beaucoup de cas, on ne peut pas trouver la valeur de tête :

Par exemple, si je vous demande combien vaut x pour que

$$13x + 5 = 5x + 6 \text{ ?????}$$

Nous allons voir par la suite comment résoudre cette équation.



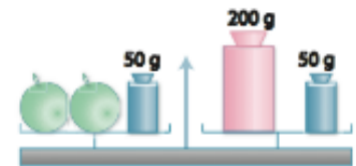
Activité : La balance de Roberval

Au marché, certains marchands de fruits et légumes utilisent une « balance de Roberval ». C'est une ancienne balance, représentée ci-contre. Le principe de cette balance est simple : lorsqu'il y a le même « poids » sur chaque plateau de la balance, l'aiguille centrale est en position verticale. On dit alors que la balance est en équilibre.

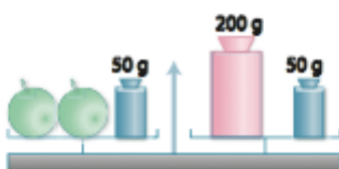


<p>Par exemple, on pose un poivron sur le plateau gauche de la balance, l'aiguille se penche vers la gauche.</p>	<p>Si on ajoute à droite des poids qui sont plus lourds que le poivron, l'aiguille de la balance se penche vers la droite.</p>	<p>Lorsque la balance est en équilibre, les deux objets sur chacun des plateaux ont le même « poids ». Ici le poivron pèse 170 g.</p>

1. On a représenté ci-dessous les plateaux de la balance d'un marchand sur lesquels sont posés des pommes et des poids. On supposera que les pommes ont toutes les deux le même poids. L'objectif est de trouver le « poids » d'une pomme.



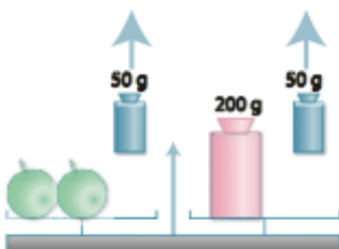
a) 1ère étape :



On traduit par une équation l'équilibre de cette balance en prenant comme valeur x pour le poids d'une pomme en g.

Complète les pointillés : $2x + \dots = \dots$

b) 2ème étape :



En enlevant 50 g de chaque côté, l'équilibre est maintenu.

Complète les pointillés : $2x = \dots$

c) 3ème étape :

Tu connais maintenant le « poids » des 2 pommes.

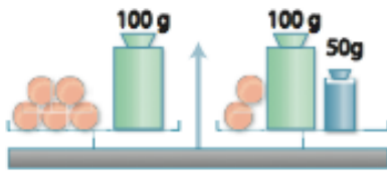
Quelle opération te permet de trouver le « poids » d'une pomme ?

Donc $x = \dots$

Une pomme pèse

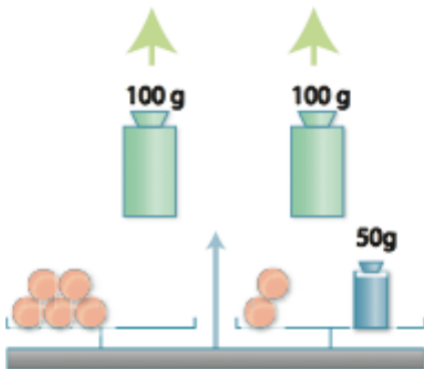
2. De la même manière qu'au 1, traduis chaque équilibre par une équation puis trouve le poids y en g d'une clémentine.

1ère étape :



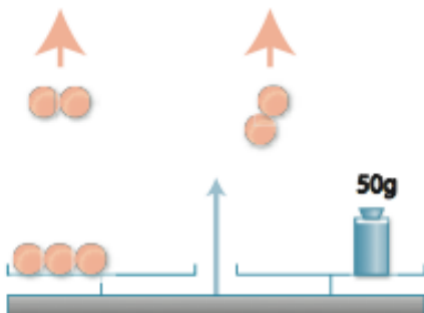
$$5y + \dots = \dots$$

2ème étape :



$$\dots = \dots$$

3ème étape :



$$\dots = \dots$$

$$y = \dots$$

Le poids d'une clémentine est donc deg soit environ g (arrondi au dixième de g près).

Bilan :

Règle 1 : Une égalité reste vraie quand on ajoute (ou soustrait) un membre nombre aux deux membres.

Règle 2 : Une égalité reste vraie quand on multiplie (ou divise) les deux membres par un même nombre non nul.

Si on reprend mathématiquement la résolution de la première équation trouvée avec la balance pour les pommes :

$$\begin{aligned} 2x + 50 &= 200 + 50 \\ 2x + 50 - 50 &= 200 + 50 - 50 \\ 2x &= 200 \\ \frac{2x}{2} &= \frac{200}{2} \\ x &= 100 \end{aligned}$$

On enlève 50 des deux côtés pour avoir les termes en x seuls à gauche.
On divise par deux pour avoir le poids d'une pomme.

Si on reprend mathématiquement la résolution de la deuxième équation trouvée avec la balance pour les clémentines :

$$5y + 100 = 2y + 150$$

$$5y + 100 - 100 = 2y + 150 - 100$$

$$5y = 2y + 50$$

$$5y - 2y = 2y + 50 - 2y$$

$$3y = 50$$

$$\frac{3y}{3} = \frac{50}{3}$$

$$y = \frac{50}{3} \quad (\text{Valeur Exacte})$$

On enlève 100 des deux côtés pour avoir juste des termes en y à gauche.

Problème : il y a des termes en y à droite. On va les enlever des deux côtés.

A ce stade les termes en y sont dans le membre de gauche et les termes numériques dans le terme de droite.

On peut diviser par 3 des deux côtés pour isoler l'inconnue y .

Quand on résout Mathématiquement une équation on donne toujours la valeur exacte de la solution en premier lieu.

Si cela est demandé dans l'énoncé, comme ici, on peut ensuite en donner une valeur approchée.

Exercice 1

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des équations ?

a. $3x + 9$

b. $27 - 1 = 26$

c. $5 - 3y = 7 + z$

d. $2y - 4 = 7y$

Exercice 2

Pour chacune des équations suivantes, indiquer, la ou les inconnue(s).

a. $2y - 5 = y$

b. $-4b - 9 = 8$

c. $x^2 + 2x - 1 = 0$

d. $5 + 5a = 5$

Exercice 3

Soit l'équation $7x - 4 = 17$.

Parmi les nombres -1 , 0 , 1 , 2 et 3 , lequel est solution de cette équation ?

Exercice 4

Adèle, Elisa et Nouri ont résolu l'équation $9 + y = 12$.

Qui a raison ? Justifier.

Adèle				
$9 + y = 12$				
donc $9 + y - 9 = 12 - 9$				
soit $y = 3$				

Élisa				
$9 + y = 12$				
$9 + y - 12 = 12 - 12$				
$y - 3 = 0$ donc $y = -3$				

Nouri				
$9 + y = 12$				
$y = 12 - 9$				
$y = 3$				

Avant de te lancer dans la « vraie »résolution, je te propose si tu en as besoin de regarder les vidéos suivantes :

https://youtu.be/uV_EmbYu9_E

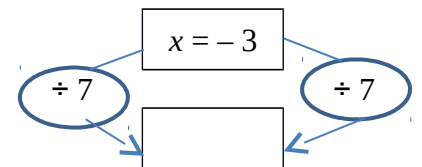
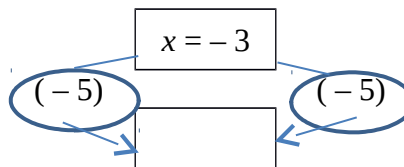
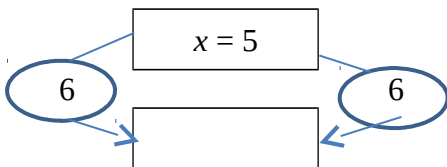
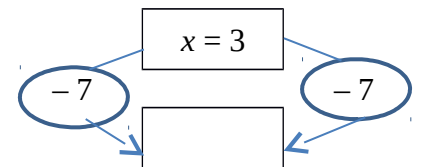
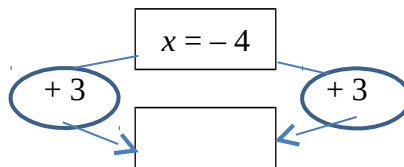
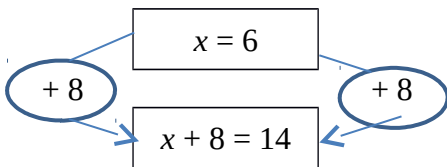
(Equations niveau 1 Résolution)

<https://youtu.be/QUrskM271bE>

(Equations niveau 2 Résolution)

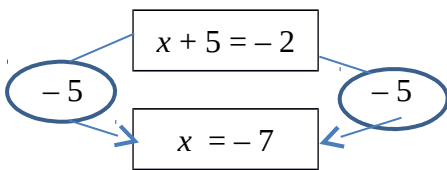
Exercice 5 :

1) Transforme chaque égalité en une égalité équivalente en suivant l'opérateur.



2) Le but est de déterminer x dans chacune des équations.

a) Observe les deux modèles ci-dessous.



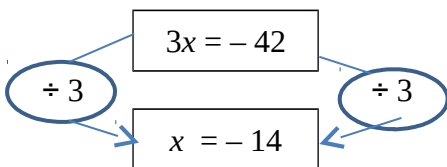
On rédige de la façon suivante :

$$x + 5 = -2$$

$$x + 5 - 5 = -2 - 5$$

$$x = -7$$

La solution de l'équation est -7 .



On rédige de la façon suivante :

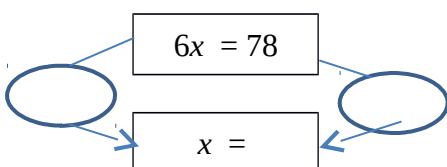
$$3x = -42$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{-42}{3}$$

$$x = -14$$

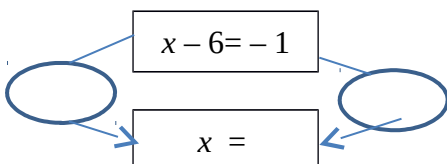
La solution de l'équation est -14 .

b) Détermine dans chaque cas l'opérateur, complète l'égalité et rédige en suivant les modèles précédents.



On rédige de la façon suivante :

$$6x = 78$$



On rédige de la façon suivante :

$$x - 6 = -1$$

Exercice 6 :

Résoudre les équations suivantes :

a. $x+7=-3$

b. $x-4=6$

c. $2x=8$

d. $7x=9$

e. $4x+12=15$

f. $7x+3=2x+9$

Exercice 7 :

Pour compléter ces exercices et pour parfaire ta technique, je t'invite si tu le peux à installer l'application suivante (sur tablette, pc ou téléphone) :

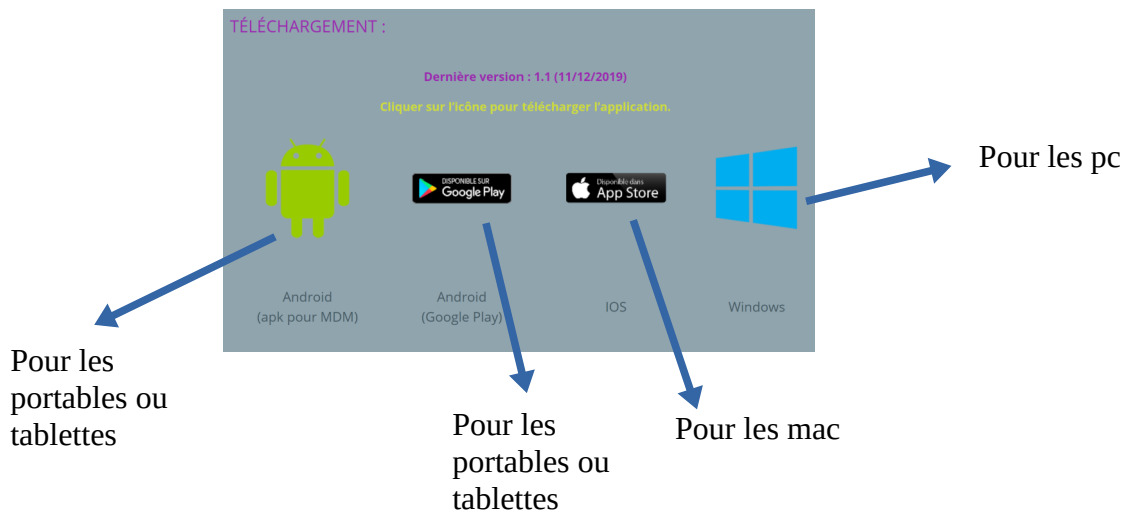


Tu peux la trouver à l'adresse suivante : (Site Académie de Dijon)

<http://mathematiques.ac-dijon.fr/spip.php?article219>

Clique sur le cadre correspondant à cette application.

En descendant, en bas de cette page, tu trouveras ces icônes :



Il te suffit de cliquer sur le type d'installation que tu souhaites faire.

Cette application va te proposer de résoudre des équations de niveaux différents.