CE THEME VIENT FAIRE SUITE AU CHAPITRE CALCUL LITTERAL.

I . Expressions littérales et égalité

Un calcul littéral est un calcul qui utiliser des lettres. Il sert, par exemple, à :

- établir une formule ;
- trouver un nombre inconnu ;
- prouver un résultat.

Définition : Deux expressions littérales sont égales si elles donnent le même résultat quelle que soit la valeur numérique attribuée à la lettre.

Exemple 1 :

A-t-on $4\times(x+3)=4\times x+4\times 3$?

Oui, il y a égalité , ce résultat découle de la formule de distributivité vue dans le chapitre de calcul littéral.

Exemple 2 : A-t-on $4\times(x+3)=4\times x+3$?

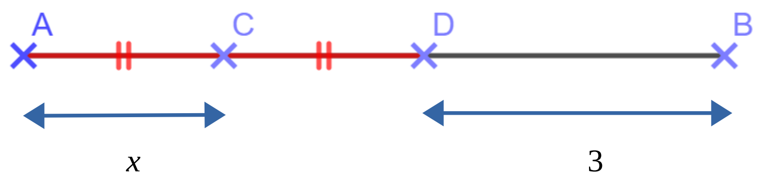
Pour $x=2$, par exemple : $4\times(2+3)=20$, mais $4\times 2+3=11$

Donc il n'y a pas égalité car $20\neq 11$.

II. Expression « en fonction de ... »

Définition : Exprimer un résultat « en fonction de x », c'est l'écrire sous forme d'une expression littérale où se trouve la lettre x.

Exemple 1 : Ecrire la longueur AB en fonction de x .



Longueur AB écrite en fonction de x : $AB=2\times x+3$

Exemple 2 :

J'ai choisi un nombre x . Je l'ai multiplié par 3, puis j'ai ajouté 7.

Ecrire le résultat en fonction de x .

Résultat écrit en fonction de x : $3x+7$

Exemple 3 : Un album de BD est vendu x euros, un CD coûte deux euros de plus que l'album, un livre quatre euros de plus qu'un album.

a) Ecrire en fonction de x le prix d'un CD .

Un album coûte x *euros et un CD coûte deux euros de plus.*
Prix d'un CD : $x+2$ *euros.*

b) Ecrire en fonction de x le prix d'un livre.

Un album coûte x *euros et un un livre quatre euros de plus.*
Prix d'un livre : $x+4$ *euros.*

c) Paul achète quatre CD. Ecrire en fonction de x le montant de sa dépense.

Un CD coûte : $x+2$ *euros.*
Paul va payer : $4(x+2)$ *euros (4 fois le prix d'un CD)*

d) Louise achète deux albums de BD et deux livres. Ecrire en fonction de x le montant de sa dépense.

Un album coûte : x *euros*
Un livre coûte : $x+4$ *euros*
Louise va payer : $2x+2(x+4)$

e) Prouver que Paul et Louise ont dépensé la même somme.

Paul va payer : $4(x+2)$ *euros* *Louis va payer :* $2x+2(x+4)$ *euros*
Les deux expressions littérales semblent différentes mais on sait que pour les comparer il faut les réduire le plus possible.

Ainsi *Paul :* $4(x+2)=4\times x+4\times 2=4x+8$ *On utilise la distributivité.*
Louise : $2x+2(x+4)=2x+2\times x+2\times 4=2x+2x+8=4x+8$
Les deux expressions littérales, développées et réduites sont donc bien les mêmes.
On peut donc dire que Paul et Louise ont dépensé la même somme.

III . Les équations

Définition : Une équation est une égalité contenant un ou des nombres inconnus désigné(s) chacun par une lettre.

Les nombres pour lesquels l égalité est vraie sont appelés solutions de l'équation.

EXEMPLE : $5x + 10 = 2 - 3x$ est une équation d'inconnue x.

L'équation a deux **membres**.

■ Pour $x = 2$: $5 \times 2 + 10 = 20$ et $2 - 3 \times 2 = -4$.
Il n'y a pas égalité, donc 2 n'est pas une solution de l'équation.
■ Pour $x = -1$: $5 \times (-1) + 10 = 5$ et $2 - 3 \times (-1) = 5$.
L'égalité est vérifiée, donc -1 est une solution de l'équation.

<u>Résoudre une équation</u>

Pour résoudre une équation, on dispose des règles suivantes :

Règle 1 : Une égalité reste vraie quand on ajoute (ou soustrait) un même nombre aux deux membres.

Règle 2 : Une égalité reste vraie quand on multiplie (ou divise) les deuxième membre par un même nombre non nul.

On applique toujours R1 le plus possible jusqu'à avoir isolé les termes avec l'inconnue dans un membre et les termes numériques dans l'autre membre.
Puis on applique si nécessaire <u>une fois</u> R2.
Ainsi R2 n'intervient qu'à la toute dernière étape.

<u>Exemples à connaître</u>

1) Résoudre $x+100=50$

1er membre	**=**	**2ème membre**	**Méthode**
$x+100$	=	50	**On isole les termes en x dans un même membre à l'aide de R1**
$x+100-100$	=	$50-100$	**(On soustrait 100 dans les deux membres)**
x	=	-50	**On a bien trouvé la valeur de x . La résolution est terminée.**

Cette équation admet -50 comme solution.

(Vérification qui peut être faite à l'oral, si on remplace dans l'équation x par -50 on a bien : $-50+100=50$)

2) Résoudre $3x=15$

1^er^ membre	=	2ème membre	Méthode
$3x$	=	15	**Ici les termes en x sont dans le membre de gauche et le nombre est dans le terme de droite. Il est donc inutile d'appliquer R1.**
$\frac{3x}{3}$	=	$\frac{15}{3}$	**On applique R2 pour avoir « un seul » x . On divise par 3 dans les deux membres.**
x	=	5	**On a bien trouvé la valeur de x . La résolution est terminée.**

La solution de cette équation est x = 5.

(Vérification : $3\times5=15$).

3) Résoudre $3x+1=5-2x$

1^er^ membre	=	2ème membre	Méthode
$3x+1$	=	$5-2x$	**On regroupe les termes en x dans un même membre à l'aide de R1**
$3x+1+2x$	=	$5-2x+2x$	**On ajoute + 2x dans les deux termes.**
$5x+1$	=	5	**On regroupe les termes sans x , numériques,dans l'autre membre à l'aide de R1**
$5x+1-1$	=	$5-1$	**On soustrait 1 dans les deux membres.**
$5x$	=	**4**	**On applique R2 : On divise par le coefficient multiplicateur situé devant x .**
$\frac{5x}{5}$	=	$\frac{4}{5}$	**On divise les deux membres par 5**
x	=	$\frac{4}{5}$	

La solution de cette équation est $\frac{4}{5}$ **, on peut aussi dire que la solution est** $0{,}8$ **(Valeur exacte).**

IV. <u>Résoudre des problèmes</u>

La résolution de problème correspondant à chercher une valeur répondant à un problème donné, revient souvent à résoudre une équation.
Ainsi la technique vue dans le paragraphe précédent sert à résoudre des problèmes contextualisés.

Pour se faire, il faut toujours suivre les 4 étapes suivantes :

1. Choix de l'inconnue (parfois donnée dans l'énoncé)
2. Mise en équation
3. Résolution de l'équation
4. Conclusion, pour répondre au problème posé.

<u>Modèle</u>:Astrid a dans son portefeuille uniquement des billets de 5 € et des billets de 20 €
Elle a trois billets de 5 € de plus que de billets de 20 €.
En tout elle a 165 €.
Combien a-t-elle de billets de 20 € ?

<u>Etape 1</u> : Soit x le nombre de billets de 20 euros dans le portefeuille d'Astrid.

<u>Etape 2</u> : Il faut trouver une égalité. Donc un élément de l'énoncé qui peut être exprimé de deux façons différentes.

Astrid a : x billets de 20 € , cela fait une somme de $20\times x$ €.
$x+3$ billets de 5 € , cela fait une somme de $5\times(x+3)$ €

$$20\times x \quad + \quad 5\times(x+3) \quad = \quad 165$$

Somme totale dans le portefeuille d'Astrid

<u>Etape 3</u> : Il faut maintenant résoudre cette équation. Il y a des parenthèses.
Nous ne savons pas résoudre des équations avec des parenthèses, il faut donc commencer par les supprimer en utilisant les méthodes vues dans le chapitre de calcul littéral : distributivité, suppression de parenthèses ou encore réduction.

$20x+5(x+3)=165$

$20x+5\times x+5\times 3=165$ → On utilise la distributivité

$20x+5x+15=165$ → On réduit le plus possible chaque membre

$25x+15=165$ → A ce stade, les parenthèses ont disparu, on a réduit. On peut résoudre l'équation.

$25x+15-15=165-15$

$25x=150$

$x=\dfrac{150}{25}$

x = 6

<u>Etape 4</u> : Astrid a 6 billets de 20 euros dans son portefeuille.