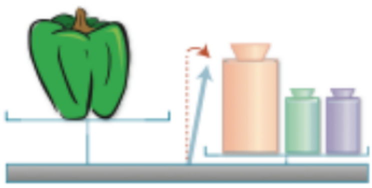
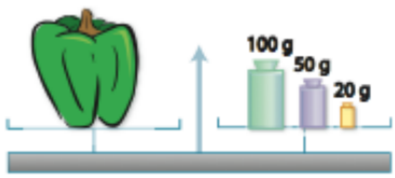
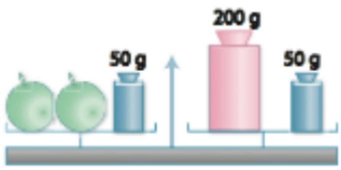
Fiche 2 : Je découvre les équations

Activité : La balance de Roberval

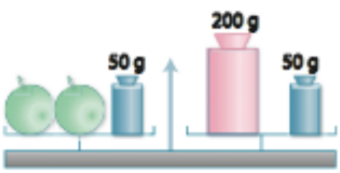
Au marché, certains marchands de fruits et légumes utilisent une « balance de Roberval ». C'est une ancienne balance, représentée ci-contre. Le principe de cette balance est simple : lorsqu'il y a le même « poids » sur chaque plateau de la balance, l'aiguille centrale est en position verticale. On dit alors que la balance est en équilibre.

Par exemple, on pose un poivron sur le plateau gauche de la balance, l'aiguille se penche vers la gauche.	Si on ajoute à droite des poids qui sont plus lourds que le poivron, l'aiguille de la balance se penche vers la droite.	Lorsque la balance est en équilibre, les deux objets sur chacun des plateaux ont le même « poids ». Ici le poivron pèse 170 g.
		

1. On a représenté ci-dessous les plateaux de la balance d'un marchand sur lesquels sont posés des pommes et des poids. On supposera que les pommes ont toutes les deux le même poids.
   L'objectif est de trouver le « poids » d'une pomme.



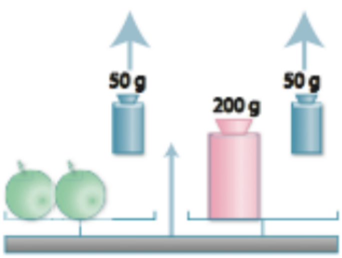
a) 1ère étape :



On traduit par une équation l'équilibre de cette balance en prenant comme valeur x pour le poids d'une pomme en g.

Complète les pointillés : $2x+50=200+50$

b) 2ème étape :



En enlevant 50 g de chaque côté, l'équilibre est maintenu.

$$2x+50-50=200+50-50$$

Complète les pointillés : $2x=200$

c) 3ème étape :

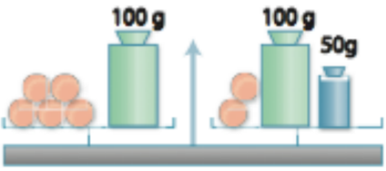
Tu connais maintenant le « poids » des 2 pommes.
Quelle opération te permet de trouver le « poids » d'une pomme ? Il faut diviser par 2

Donc $x=\frac{200}{2}=100$

Une pomme pèse $100\,grammes$.

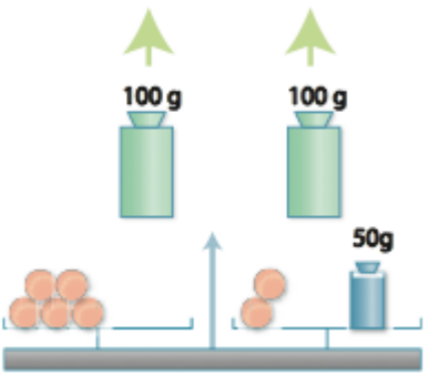
2. De la même manière qu'au 1, traduis chaque équilibre par une équation puis trouve le poids y en g d'une clémentine.

1ère étape :



$5y+100=2y+100+50$

2ème étape :

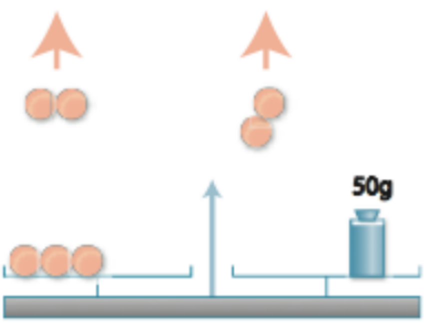


On enlève 100g des deux côtés

$5y+100-100=2y+100+50-100$

$5y=2y+50$

3ème étape :



On veut trouver le poids d'une clémentine, donc arriver à $y=?$.
Il faut donc arriver à n'avoir des y qu'à gauche, on enlève ceux de droite mais pour garder l'équilibre il faudra aussi en enlever deux à gauche.

$5y-2y=2y+50-2y$

$3y=50$ Ainsi on a le poids de 3 clémentines, il faut diviser par 3 .

$y=\frac{50}{3}\approx 16{,}67$

Le poids d'une clémentine est donc $\frac{50}{3}\,grammes$ soit environ 16,7 g (arrondi au dixième de g près).

Bilan :

Règle 1 : Une égalité reste vraie quand on ajoute (ou soustrait) un membre nombre aux deux membres.

Règle 2 : Une égalité reste vraie quand on multiplie (ou divise) les deux membres par un même nombre non nul.

Exercice 1

Parmi les expressions suivantes, lesquelles sont des équations ?

a. $3x+9$ → **Ce n' est pas une équation car il n' y a pas de = . Une équation traduit avant tout une égalité entre deux expressions littérales.**

b. $27-1=26$ → **Ici c'est bien une égalité mais il n'y a pas de lettre donc ce n'est pas une équation.**

c. $5-3y=7+z$ → **C'est bien une équation (égalité entre deux expressions littérales), il y a deux inconnues mais cela ne pose pas de problème.**

d. $2y-4=7y$ → **C'est bien une équation (égalité entre deux expressions littérales), il y a une seule inconnue.**

Exercice 2

Pour chacune des équations suivantes, indiquer, la ou les inconnue(s).

a. $2y-5=y$ → **L'inconnue est** y
b. $-4b-9=8$ → **L'inconnue est** b
c. $x^2+2x-1=0$ → **L'inconnue est** x
d. $5+5a=5$ → **L'inconnue est** a

Exercice 3

Soit l'équation $7x-4=17$.

Parmi les nombres -1 , 0 , 1 , 2 et 3 , lequel est solution de cette équation ?

**Méthode : On calcule séparément les deux membres pour chacune des valeurs proposées.
Ici il n'y a pas de lettre dans le membre de droite donc on pourra se limiter à calculer le membre de gauche et voir s'il est oui ou non égal à 17.**

x	Membre de gauche		Membre de droite	Conclusion
$x=-1$	$7\times(-1)-4=-7-4=-11$		17	$-11\neq17$ -1 n'est pas solution
$x=0$	$7\times0-4=0-4=-4$		17	$-4\neq17$ 0 n'est pas solution
$x=1$	$7\times1-4=7-4=3$		17	$3\neq17$ 1 n'est pas solution
$x=2$	$7\times2-4=14-4=10$		17	$10\neq17$ 2 n'est pas solution
$x=3$	$7\times3-4=21-4=17$		17	$17=17$ **3 est solution**

Exercice 4

Adèle, Elisa et Nouri ont résolu l'équation $9+y=12$.

Qui a raison ? Justifier.

Adèle

$9+y=12$
donc $9+y-9=12-9$
soit $y=3$

**Adèle soustrait 9 dans les deux membres puis conclut.
L'écriture et les calculs sont justes.
C'est correct.**

Élisa

$9+y=12$
$9+y-12=12-12$
$y-3=0$ donc $y=-3$

**Elisa soustrait 12 dans les deux membres. Le début est juste.
Par contre cela ne lui permet Pas d'isoler les y d'un côté et les nombres de l'autre.
A la dernière étape, il faut ajouter 3 dans les 2 membres.**
$y-3+3=0+3$
$y=3$
Erreur de signe .

Nouri

$9+y=12$
$y=12-9$
$y=3$

**Nouri utilise la même méthode qu'Adèle sauf qu'elle effectue - 9 dans les deux membres de tête. C'est même plus efficace.
C'est correct.**

Exercice 5 :

1) Transforme chaque égalité en une égalité équivalente en suivant l'opérateur.

$x = 6 \xrightarrow{+\,8} x + 8 = 14$

$x = -4 \xrightarrow{+\,3} x+3=-1$

$x = 3 \xrightarrow{-\,7} x-7=-4$

$x = 5 \xrightarrow{\text{x}6} 6x=30$

$x = -3 \xrightarrow{\text{x}(-5)} -5x=15$

$21x = -14 \xrightarrow{\div\,7} 3x=-2$

2) Le but est de déterminer *x* dans chacune des équations.

a) Observe les deux modèles ci-dessous.

$x + 5 = -2 \xrightarrow{-\,5} x = -7$

On rédige de la façon suivante :
$x + 5 = -2$
$x + 5 - 5 = -2 - 5$
$x = -7$
La solution de l'équation est – 7.

$3x = -42 \xrightarrow{\div\,3} x = -14$

On rédige de la façon suivante :
$3x = -42$
$\frac{3x}{3} = \frac{-42}{3}$
$x = -14$
La solution de l'équation est – 14.

b) Détermine dans chaque cas l'opérateur, complète l'égalité et rédige en suivant les modèles précédents.

$6x = 78 \xrightarrow{\div 6} x=13$

On rédige de la façon suivante :
$6x=78$
$\frac{6x}{6}=\frac{78}{6}$
$x=13$
La solution de l'équation est 13.

$x - 6 = -1 \xrightarrow{+6} x=5$

On rédige de la façon suivante :
$x-6=-1$
$x-6+6=-1+6$
$x=5$
La solution est 5.

Exercice 6 :

Résoudre les équations suivantes :

<table>
<tr>
<td>a. $x+7=-3$
On applique la règle 1
$x+7-7=-3-7$
$x=-10$
La solution est -10.</td>
<td>b. $x-4=6$
On applique la règle 1
$x-4+4=6+4$
$x=10$
La solution est 10.</td>
<td>c. $2x=8$
On applique la règle 2
$\frac{2x}{2}=\frac{8}{2}$
$x=4$
La solution est 4.</td>
<td>d. $7x=9$
On applique la règle 2
$\frac{7x}{7}=\frac{9}{7}$
$x=\frac{9}{7}$
La solution est $\frac{9}{7}$.
On laisse la solution sous forme de fraction car $\frac{9}{7}$ n'est pas un nombre décimal. On ne donne pas de solution approchée d'une équation.</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">e. $4x+12=15$ → On applique la règle 1
$4x+12-12=15-12$
$4x=3$ → Maintenant que « les x » sont dans un membre et les nombres dans l'autre, on peut appliquer la règle 2
$\frac{4x}{4}=\frac{3}{4}$
$x=\frac{3}{4}$
La solution est $\frac{3}{4}$ (on peut écrire aussi 0,75).</td>
<td colspan="2">f. $7x+3=2x+9$ → On applique la règle 1
$7x+3-3=2x+9-3$
$7x=2x+6$ → On applique de nouveau la règle 1
$7x-2x=2x+6-2x$
$5x=6$ → Maintenant que « les x » sont dans un membre et les nombres dans l'autre, on peut appliquer la règle 2
$\frac{5x}{5}=\frac{6}{5}$
$x=\frac{6}{5}$
La solution est $\frac{6}{5}$ (on peut aussi écrire 1,2).</td>
</tr>
</table>

Exercice 7 :

Pour compléter ces exercices et pour parfaire ta technique, je t'invite si tu le peux à installer l'application suivante (sur tablette, pc ou téléphone) :

A essayer !